![Luxembourg Science Center]

Comme par hasART !

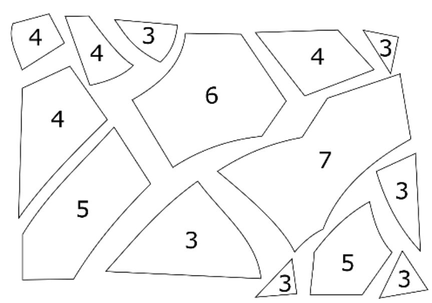
Réseaux de fissures

Les fissures qui se créent dans une plaque de glace lors d'un choc se développent à première vue à des endroits complétement aléatoires, afin de relâcher des tensions dans le matériel. Pourtant, à grande échelle, on observe que le réseau de fissures obtenu obéit à des lois statistiques surprenantes. En particulier, une de ces lois dit que

Le nombre de sommets des différents fragments vaut en moyenne 4.

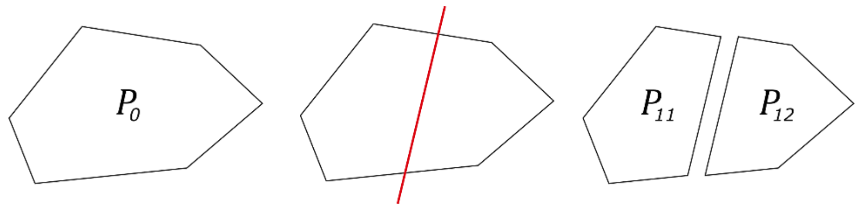
- Pour le réseau de fissures ci-dessous, nous avons par exemple

$$(\mathbf{4+4+3+4+5+6+4+3+3+7+3+5+3+3}):\mathbf{14} \;=\; \mathbf{4,07}$$



Cette émergence de structure pour un réseau de plusieurs fissures s'explique par un raisonnement mathématique.

Supposons que la plaque de glace de départ soit représenté par un polygone $\boldsymbol{P_0}$. Appelons $\boldsymbol{v_0}$ le nombre de sommets de $\boldsymbol{P_0}$.



Traçons alors une ligne au hasard qui bissecte $\boldsymbol{P_0}$ en deux nouveaux polygones $\boldsymbol{P_{11}}$ et $\boldsymbol{P_{12}}$ ayant comme nombre de sommets $\boldsymbol{v_{11}}$ et $\boldsymbol{v_{12}}$ respectivement. Cette ligne représente une première fissure.

Notons par $\boldsymbol{v_1}$ la moyenne de $\boldsymbol{v_{11}}$ et $\boldsymbol{v_{12}}$:

$$\boldsymbol{v_1 = \frac{1}{2}(v_{11} + v_{12})}$$

Comme $\boldsymbol{v_{11} + v_{12} = v_0 + 4}$ pour n'importe quelle ligne (qui évite les sommets de $\boldsymbol{P_0}$), nous concluons que

$$\boldsymbol{v_1 = \frac{1}{2}\,(v_0 + 4).}$$

L'idée est maintenant de mesurer l'écart entre $\boldsymbol{v_1}$ (resp. $\boldsymbol{v_0}$) et 4 et de montrer qu'il devient de plus en plus petit. En retirant 4 des deux membres de cette équations, nous obtenons

$$\boldsymbol{v_1 - 4 = \frac{1}{2}\;(v_0 - 4).}$$

Cette relation est une bonne nouvelle car elle nous dit que l'écart entre $\boldsymbol{v_1}$ et 4 est la moitié de celui entre $\boldsymbol{v_0}$ à 4.

En répétant ce processus avec d'autres lignes (représentant d'autres fissures) qui coupent le polygone, on montre que la moyenne du nombre de sommets se rapproche de plus en plus de 4.